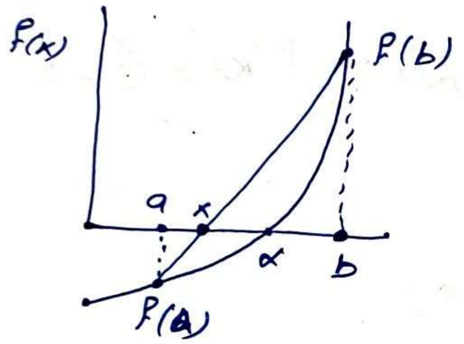
② طريقة الوضع الكاذب False Position Method.

لتكن $f(x)$ دالة مستمرة ضمن $[a, b]$ بحيث شرط $f(a)$, $f(b)$ مختلفتان بالاشارة.

نرسم قطعة مستقيمة (L) تصل بين النقطتين $(a, f(a))$ $(b, f(b))$ وتقطع المحور X عند النقطة $(c_1, 0)$.

وعليه نحسب قيمة c_1 من معادلة الخط المستقيم (L)



معادلة المستقيم من النقطتين

$$\boxed{x = b - \frac{f(b)}{f(b) - f(a)} * (b-a)}$$

قانون مهم.

وهو التقريب المطلوب ويمكن ان نكرر هذه العملية للحصول على الدقة المطلوبة للجذر.

* الخوارزمية

1. ادخال $a, b, f(a)$ & $f(b)$
2. نحسب $x = b - \frac{f(b)}{f(b)-f(a)} * (b-a)$
3. $f(x)$ (نعتمد على القيمة المتوسطة). يجب ان تكون مختلفة بالاشارة

$\cdot$ if $f(a) * f(x) < 0$

$b = x$

$f(b) = f(x)$

· if $f(a) * f(x) > 0$

$a = x$

$f(a) = f(x)$

· if $f(a) \cdot f(x) = 0$, the root $(\alpha) = x$

· End

مثال/ استخدم طريقة الوضع الكاذب لايجاد جذر المعادلة

$f(x) = e^x - 2$ ضمن الفترة $[\overset{a}{0}, \overset{b}{1}]$ وبدقة $\epsilon = 0.0005$

Sol) $a = 0$, $b = 1$

$$x = b - \frac{f(b)}{f(b) - f(a)} * (b - a)$$

$\because a = 0 \Rightarrow f(0) = e^0 - 2 = -1$

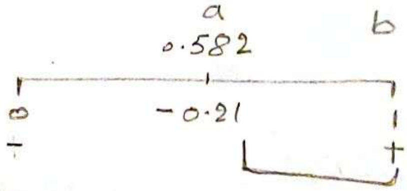
$b = 1 \Rightarrow f(1) = e^1 - 2 = 0.718$

اذا $\epsilon \geq$ نتوقف

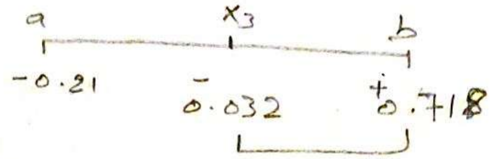
والا توجد $f(x)$

$$= 1 - \frac{0.718}{0.718 + 1}(1 - 0) = 0.582$$

$f(x) = e^{0.582} - 2 = -0.21$



$$x_3 = 1 - \frac{0.718}{0.718 + 0.21}(1 - 0.5821) = 0.677$$



$f(x_2) = e^{0.677} - 2 = -0.032$

$$x_4 = 1 - \frac{0.718}{0.718 + 0.032} * (1 - 0.677) = 0.691$$

$$f(x_4) = e^{0.691} - 2 = -0.0004$$

$\because |f(x_4)| = 0.0004 < \epsilon = 0.0005$

$\therefore x_4 = 0.691$ is a root.

x4 "

مثال/ استخدم طريقة الوضع الكاذب لايجاد جذر المعادلة

$\boxed{f(x) = x\sin x - 1}$ ضمن الفترة $[0, 2]$, $\varepsilon = 0.001$

$a = 0 \;, \; f(0) = -1$

$b = 2 \;, \; f(2) = 0.8185$

$$X = 2 - \frac{0.8185}{0.8185 + 1} * (2 - 0) = 1.0997$$

$$f(x) = (1.0998)\sin(1.0998) - 1 = -0.0200$$

a 0 -1 | x 1.0997 -0.02008 | b 2 +0.8185

$$X_3 = 2 - \frac{0.8185}{0.8185 + 0.02001} * (2 - 1.0997)$$

$X_3 = 1.1212$

$\therefore f(X_3) = 0.0098$

a 1.0997 -0.02001 | b 1.1212 +0.0098 | b 2 +0.8185

$$X_4 = 1.1212 - \frac{0.0098}{0.0098 + 0.02001} * (1.1212 - 1.0997)$$

$X_4 = 1.1141$

$\therefore f(X_4) = 0.000079$

The End.

طريقة القاطع :-

Secant Method

هذه الطريقة تشبه طريقة الموضع الكاذب . في البداية نجد تقريبين للجذر x_0 و x_1 وليسا بالضرورة ان يكونا على جهتي الجذر α كما في الوضع الكاذب ويجب ان يكون اختيار التخمينين الاوليين (x_0 و x_1) بحيث ميل المستقيم الواصل بين ($x_0, f(x_0)$) و ($x_1, f(x_1)$) ليس قريبا للصفر بمعنى مشتقة الدالة f قرب النقطتين ليست قريبة من الصفر لكي لا نحصل على متتابعة متقاربة ببطئ او متباعدة ويمكن تلخيص العملية نأخذ x_1 و x_0 ونجد x_2 على المنحني بعدها نستخدم x_1 و x_2 لايجاد النقطة التقريبية الجديدة x_3 وهكذا حسب الصيغة التالية.

$$\boxed{x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}}$$

الخوارزمية :-

1- ادخال x_0 ، x_1 و ϵ و N_0 و $f(x)$

2- ضع $i=1$ واحسب $y_0=f(x_0)$ و $y_1=f(x_1)$

3- عندما $i \le N_0$ نفذ الخطوات (4-7)

4- ضع $x = x_1 - y_1(x-x_0)/(y_1-y_0)$

5. اذا كان $|x-x_1|<\epsilon$ اطبع x هو الجذر وتوقف

6. والا ضع $i=i+1$

7- ضع $x_0=x_1$ و $x_1=x$ و $y_0=y_1$ و $y_1=f(x)$

... بعد مبدأ من الشبه المضبوطة ثم ...

مثال / استخدم طريقة القاطع لإيجاد جذر المعادلة $f(x) = x^3 - 20 = 0$

، $x_0 = 4.0$, $x_1 = 5.5$ لمرتبتين عشريتين .

sol)

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

$i = 1$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)(x_1 - x_0)}{f(x_1) - f(x_0)}$$

$$= 5.5 - \frac{(5.5^3 - 20)(5.5 - 4.0)}{(5.5^3 - 20) - (4^3 - 20)}$$

$$= 3.353$$

$$|\epsilon_a| = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_2} \right| * 100$$

$$= \left| \frac{3.353 - 5.5}{3.353} \right| * 100 = 63.92\,\%$$

$i = 2$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}$$

$$x_1 = 5.5 \quad , \quad x_2 = 3.353$$

$$\therefore x_3 = 3.353 - \frac{(3.353^3 - 20)(3.353 - 5.5)}{(3.353^3 - 20) - (5.5^3 - 20)}$$

$$\therefore x_3 = 3.059$$

$$|\epsilon_a| = \left| \frac{x_3 - x_2}{x_3} \right| * 100 \Rightarrow \left| \frac{3.059 - 3.353}{3.059} \right| * 100$$

$$= 9.691\,\%$$

مثال / جد جذر المعادلة $f(x) = x^3 - 3x + 2 = 0$ باستخدام طريقة القاطع بـ مبتدئاً $x_0 = -2.6$, $x_1 = -2.4$, $\epsilon = 0.00005$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)(x_i - x_{i-1})}{f(x_i) - f(x_{i-1})}$$

sol)

$\underline{i=1}$

$$X_2 = X_1 - \frac{f(x_1)(X_1 - X_0)}{f(x_1) - f(X_0)}$$

$$= -2.4 - \frac{f(-2.4)(-2.4 + 2.6)}{f(-2.4) - f(-2.6)}$$

$$= -2.106599$$

$$|X_2 - X_1| = |-2.106599 + 2.4| \nless \epsilon = 0.00005$$

$\underline{i=2}$

$$X_3 = X_2 - \frac{f(X_2)(X_2 - X_1)}{f(X_2) - f(X_1)}$$

$$= -2.106599 - \frac{f(-2.106599)(-2.106599 + 2.4)}{f(-2.106599) - f(-2.4)}$$

$$X_3 = -2.022641 4$$

$$|X_3 - X_2| \nless \epsilon .$$

$\underline{i=3}$

$$X_4 = X_3 - \frac{f(X_3) * (X_3 - X_2)}{f(X_3) - f(X_2)}$$

$X_2 = -2.106599$, $X_3 = -2.0226414$

$$\therefore X_4 = -2.001511$$

$$|X_4 - X_3| \nless \epsilon .$$

$i=4$

$$x_5 = x_4 - \frac{f(x_4)(x_4 - x_3)}{f(x_4) - f(x_3)} \quad , \quad x_3 = -2.0226414, \quad x_4 = -2.0015111$$

$$x_5 = -2.0000225$$

$$|x_5 - x_4| \nless \epsilon .$$

$i=5$

$$x_6 = x_5 - \frac{f(x_5)(x_5 - x_4)}{f(x_5) - f(x_4)}$$

$x_4 = -2.0015111$

$x_5 = -2.0000225$

$$x_6 = -2$$

$$|x_6 - x_5| = 0.0000225 < \epsilon = 0.00005$$

نتوقف ونعتبر x_6 هو الجذر .